

8.0 पुनरवलोकन (Review)

(अ) दिइएका बीजीय भिन्नलाई लघुतम पदमा लैजानुहोस् र मिले नमिलेको साथी साथीबिच जाँच्नुहोस् :

(क) $\frac{xy}{x^2y}$

(ख) $\frac{x-y}{x^2-y^2}$

(ग) $\frac{a+3}{a^2+5a+6}$

(घ) $\frac{a-2}{a^2-6a+8}$

(ङ) $\frac{a-6}{a^2-8a+12}$

(च) $\frac{a+2}{a^2-4a+12}$

(आ) दिइएका भिन्नको सरल गर्नुहोस् र मिले नमिलेको जाँचन साथीलाई देखाउनुहोस् :

(क) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

(ख) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

(ग) $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$

(घ) $\frac{a}{b} + \frac{2a}{b}$

(ङ) $\frac{3a}{b} - \frac{ab}{a}$

(च) $\frac{3}{xy} + \frac{2a}{xy^2}$

8.1 बीजीय भिन्नको सरलीकरण (Simplification of Algebraic Fractions)

क्रियाकलाप 1

दिइएका बीजीय भिन्नको सरल गर्नुहोस् । सरल गर्दा अपनाइने प्रक्रियाका बारेमा साथीसँग छलफल गर्नुहोस् :

(क) $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x-y}$

(ख) $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$

(ग) $\frac{1}{a-b} - \frac{b}{a^2+b^2}$

माथि उल्लिखित भिन्नलाई सरल गर्दा भिन्नको हर समान वा असमान के छ त्यो हेरी सरल गर्नुपर्छ । यदि हर समान भएमा अंशहरूको आवश्यक क्रिया मात्र गरेर एउटा हर लेखे पुग्छ भने असमान हर भएमा तिनीहरूको ल.स. पत्ता लगाउनुपर्छ ।

जस्तै:

(क) $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x-y}$ यी समान हर भएका भिन्न हुन्, त्यसैले

$$\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x-y} = \frac{x+y}{x-y} \text{ [एउटा मात्र हर राखेर अंशमा जोड क्रिया गरियो ।]}$$

(ख) $\frac{x}{x-y} + \frac{y}{x+y}$ मा हर असमान छन् । अब समान हर भएका भिन्न बनाउनका लागि,

$$= \frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x-y)}{(x+y)(x-y)}$$

[$\because$ एउटा भिन्नको हरले अर्को भिन्नको हर र अंशलाई गुणन गरेको]

$$= \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

(ग) $\frac{1}{a-b} - \frac{b}{a^2-b^2}$

$$= \frac{1}{a-b} - \frac{b}{(a-b)(a+b)}$$

मा हर असमान छन् ।

अब समान हर भएका भिन्न बनाउनका लागि,

$$= \frac{1(a+b)}{(a-b)(a+b)} - \frac{b}{(a-b)(a+b)}$$

हर बराबर बनाउन

पहिलो भिन्नको हर $= (a-b) \quad \Big| \times (a+b)$
दोस्रो भिन्नको हर $= (a-b)(a+b) \quad \Big| \times 1$

$$= \frac{a+b-b}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{a}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{a}{a^2-b^2}$$

यसलाई यसरी पनि गर्न सकिन्छ,

पहिलो भिन्नको हर $= (a-b)$

दोस्रो भिन्नको हर $= (a-b)(a+b)$

ल.स. $= (a-b)(a+b)$

अब यसको सरल गर्दा,

$$= \frac{1}{(a-b)} - \frac{b}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{(a+b)-b}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{a}{(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{a}{a^2-b^2}$$

[भिन्नको हरमा ल.स. राखी भिन्नको हरले ल.स. लाई
भाग गरेर सोही भिन्नको अंशलाई गुणन गरेको ।]

उदाहरण 1

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{x^2}{x+y} - \frac{y^2}{x+y}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{x^2 - y^2}{x+y} \\ &= \frac{(x-y)(x+y)}{x+y} \\ &= x - y \end{aligned}$$

उदाहरण 3

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \\ &= \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} \\ &= \frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} \end{aligned}$$

उदाहरण 5

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{1}{2a-3b} - \frac{a+b}{4a^2-9b^2}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2a-3b} - \frac{a+b}{4a^2-9b^2} \\ &= \frac{1}{2a-3b} - \frac{a+b}{(2a-3b)(2a+3b)} \\ &= \frac{(2a+3b)-(a+b)}{(2a-3b)(2a+3b)} \\ &= \frac{(a+2b)}{4a^2-9b^2} \end{aligned}$$

उदाहरण 2

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} \\ &= \frac{(x+y)-(x-y)}{x^2-y^2} \\ &= \frac{x+y-x+y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2y}{x^2-y^2} \end{aligned}$$

उदाहरण 4

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } = \frac{a^3+1}{a^2-a+1} + \frac{a^3-1}{a^2+a+1}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{a^3+1}{a^2-a+1} + \frac{a^3-1}{a^2+a+1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1} + \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1} \\ &= (a+1) + (a-1) \\ &= 2a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4a^2 - 9b^2 \text{ को गुणनखण्ड निकाल्दा,} \\ &= (2a)^2 - (3b)^2 \\ &= (2a+3b)(2a-3b) \end{aligned}$$

उदाहरण 6

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{4x^2 + y^2}{4x^2 - y^2} - \frac{2x - y}{2x + y}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{4x^2 + y^2}{4x^2 - y^2} - \frac{2x - y}{2x + y} \\ &= \frac{4x^2 + y^2}{(2x - y)(2x + y)} - \frac{2x - y}{2x + y} \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - (2x - y)^2}{(2x - y)(2x + y)} \\ &= \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{4x^2 - y^2} \\ &= \frac{4xy}{4x^2 - y^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - y^2 \text{ को गुणनखण्ड निकाल्दा,} \\ &= (2x)^2 - (y)^2 \\ &= (2x + y)(2x - y) \end{aligned}$$

उदाहरण 7

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{x}{x - y} + \frac{x}{x + y} + \frac{2xy}{x^2 + y^2}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{x}{x - y} + \frac{x}{x + y} + \frac{2xy}{x^2 + y^2} \\ &= \frac{x(x + y) + x(x - y)}{x^2 - y^2} + \frac{2xy}{x^2 + y^2} \\ &= \frac{x^2 + xy + x^2 - xy}{x^2 - y^2} + \frac{2xy}{x^2 + y^2} \\ &= \frac{2x^2}{x^2 - y^2} + \frac{2xy}{x^2 + y^2} \\ &= \frac{2x^2(x^2 + y^2) + 2xy(x^2 - y^2)}{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)} \\ &= \frac{2x^4 + 2x^2y^2 + 2x^3y - 2xy^3}{(x^4 - y^4)} \end{aligned}$$

उदाहरण 8

सरल गर्नुहोस् : $\frac{1}{2(x-y)} - \frac{1}{2(x+y)} - \frac{y}{x^2-y^2}$

समाधान

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2(x-y)} - \frac{1}{2(x+y)} - \frac{y}{x^2-y^2} \\ &= \frac{1}{2(x-y)} - \frac{1}{2(x+y)} - \frac{y}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{(x+y)-(x-y)-2y}{2(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x+y-x+y-2y}{2(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{0}{2(x-y)(x+y)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

उदाहरण 9

सरल गर्नुहोस् : $\frac{a-1}{a^2-4a+3} + \frac{a-2}{a^2-8a+12} + \frac{a-5}{a^2-8a+15}$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{a-1}{a^2-4a+3} + \frac{a-2}{a^2-8a+12} + \frac{a-5}{a^2-8a+15} \\ &= \frac{a-1}{(a-1)(a-3)} + \frac{a-2}{(a-6)(a-2)} + \frac{a-5}{(a-5)(a-3)} \\ &= \frac{1}{(a-3)} + \frac{1}{(a-6)} + \frac{1}{(a-3)} \\ &= \frac{a-6+a-3+a-6}{(a-6)(a-3)} \\ &= \frac{3a-15}{(a-2)(a-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 4a + 3 \\ &= a^2 - 3a - 1a + 3 \\ &= a(a-3) - 1(a-3) \\ &= (a-3)(a-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 8a + 15 \\ &= a^2 - 5a - 3a + 15 \\ &= a(a-5) - 3(a-5) \\ &= (a-5)(a-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 8a + 12 \\ &= a^2 - 6a - 2a + 12 \\ &= a(a-6) - 2(a-6) \\ &= (a-6)(a-2) \end{aligned}$$

उदाहरण 10

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{pr^2 + q}{2r - 1} + \frac{pr^2 - q}{2r + 1} + \frac{4pr^3}{1 - 4r^2}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{pr^2 + q}{2r - 1} + \frac{pr^2 - q}{2r + 1} + \frac{4pr^3}{1 - 4r^2} \\ &= \frac{pr^2 + q}{2r - 1} + \frac{pr^2 - q}{2r + 1} - \frac{4pr^3}{4r^2 - 1} \\ &= \frac{pr^2 + q}{2r - 1} + \frac{pr^2 - q}{2r + 1} - \frac{4pr^3}{(2r - 1)(2r + 1)} \\ &= \frac{(pr^2 + q)(2r + 1) + (pr^2 - q)(2r - 1) - 4pr^3}{(2r - 1)(2r + 1)} \\ &= \frac{(2pr^3 + pr^2 + 2rq + q) + 2pr^3 - pr^2 - 2rq + q - 4pr^3}{4r^2 - 1} \\ &= \frac{2q}{4r^2 - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &4r^2 - 1 \text{ को गुणनखण्ड निकाल्दा,} \\ &= 4r^2 - 1 \\ &= (2r)^2 - (1)^2 \\ &= (2r - 1)(2r + 1) \end{aligned}$$

उदाहरण 11

$$\text{सरल गर्नुहोस् : } \frac{a-b}{a^2 - ab + b^2} + \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2} - \frac{2a^3}{a^4 - a^2b^2 + b^4}$$

समाधान

$$\begin{aligned} &= \frac{a-b}{a^2 - ab + b^2} + \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2} - \frac{2a^3}{a^4 - a^2b^2 + b^4} \\ &= \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)} - \frac{2a^3}{a^4 - a^2b^2 + b^4} \\ &= \frac{a^3 - b^3 + a^3 + b^3}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)} - \frac{2a^3}{a^4 - a^2b^2 + b^4} \\ &= \frac{2a^3}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)} - \frac{2a^3}{a^4 - a^2b^2 + b^4} \\ &= \frac{2a^3(a^4 - a^2b^2 + b^4) - 2a^3(a^4 + a^2b^2 + b^4)}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4)} \\ &= \frac{2a^7 - 2a^5b^2 + 2a^3b^4 - 2a^7 - 2a^5b^2 - 2a^3b^4}{(a^4 + a^2b^2 + b^4)(a^4 - a^2b^2 + b^4)} \\ &= \frac{-4a^5b^2}{(a^8 + a^4b^4 + b^8)} \end{aligned}$$

अभ्यास 8.1

1. लघुत्तम पदमा लैजानुहोस् :

$$(क) \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25}$$

$$(ख) \frac{x^2 - b^2}{(a+b)^2}$$

$$(ग) \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$$

2. सरल गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-a}$$

$$(ख) \frac{1}{b-c} - \frac{b+c}{b^2-c^2}$$

$$(ग) \frac{1}{m-n} + \frac{1}{m+n}$$

$$(घ) \frac{m+n}{m-n} + \frac{m-n}{m+n}$$

$$(ङ) \frac{1}{m+n} + \frac{n}{m^2-n^2}$$

$$(च) \frac{3}{x^2-4} + \frac{1}{(x-2)^2}$$

$$(छ) \frac{a^3+b^3}{a^2-ab+b^2} + \frac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$$

$$(ज) \frac{4x^2+25y^2}{4x^2-25y^2} - \frac{2x-5y}{2x+5y}$$

$$(झ) \frac{4x^3}{x^4+a^4} - \frac{8x^7}{x^8-a^8}$$

$$(ञ) \frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} + \frac{2xy}{x^2+y^2}$$

$$(ट) \frac{3}{a+3} + \frac{4}{a-3} + \frac{9a}{2(9-a^2)}$$

$$(ठ) \frac{1}{x+2y} - \frac{1}{x-2y} + \frac{2x}{4y^2-x^2}$$

$$(ड) \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-a)(b-c)} + \frac{c}{(c-b)(c-a)}$$

$$(ढ) \frac{y-z}{x^2-(y-z)^2} + \frac{z-x}{y^2-(z-x)^2} + \frac{x-y}{z^2-(x-y)^2}$$

$$(ण) \frac{x^2-(a-b)^2}{(x+b)^2-a^2} + \frac{a^2-(x-b)^2}{(x+a)^2-b^2} + \frac{b^2-(x-a)^2}{(a+b)^2-x^2}$$

$$(त) \frac{1}{p^2+7p+12} + \frac{2}{p^2+5p+6} - \frac{3}{p^2+6p+8}$$

$$(थ) \frac{x+3}{x^2+3x+9} + \frac{x-3}{x^2-3x+9} - \frac{54}{x^4+9x^2+81} \quad (द) \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{2}{4x-x^2-3} - \frac{3}{x^2-3x+2}$$

$$(ध) \frac{b+2}{1+b+b^2} - \frac{b-2}{1-b+b^2} - \frac{2b^2}{1+b^2+b^4} \quad (न) \frac{1}{1-b+b^2} - \frac{1}{1+b+b^2} - \frac{2b}{1-b^2+b^4}$$

$$(प) \frac{a+c}{a^2+ac+c^2} + \frac{a-c}{a^2-ac+c^2} + \frac{2c^3}{a^4+a^2c^2+c^4}$$

3. सरल गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{1}{4(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{4(1+\sqrt{x})} + \frac{2\sqrt{x}}{4(1-x)}$$

$$(ख) \frac{1}{8(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{8(1+\sqrt{x})} + \frac{2\sqrt{x}}{8(1-x)}$$

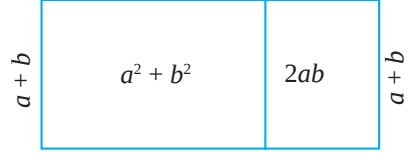
$$(ग) \frac{1}{(a+1)^2} + \frac{1}{(a-1)^2} - \frac{2}{a^2-1}$$

4. यदि $\frac{a}{2x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{4x+5}{2x^2+5x+2}$ भए a को मान कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

5. यदि $\frac{a}{2x-3} + \frac{b}{3x+4} = \frac{x+7}{6x^2-x-12}$ भए a र b को मान कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

एउटा आयताकार टुक्रालाई चौडाइ समान हुने गरी बिचबाट काटेर दुई टुक्रा बनाउनुहोस् । समूहले फरक फरक दुईओटा आयताकार कागजका टुक्रा लिनुहोस् । पहिलो टुक्राको कागजको क्षेत्रफल र चौडाइ क्रमशः $a^2 + b^2$ र $(a + b)$ उल्लेख गर्नुहोस् । दोस्रो टुक्राको कागजको क्षेत्रफल र चौडाइ क्रमशः $2ab$ र $(a + b)$ उल्लेख गर्नुहोस् । अब a लाई b भन्दा ठुलो मानेर,



(क) दुवै टुक्राको जम्मा लम्बाइ कति हुन्छ ?

a र b का रूपमा पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) यदि $a = 5$ मिटर र $b = 3$ मिटर भए ती दुई कागजको क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइको सम्बन्ध कस्तो रहेछ पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

उत्तर

1. (क) $\frac{x}{a+5}$

(ख) $\frac{a+b}{a-b}$

(ग) $\frac{x-2}{x-4}$

2. (क) 1

(ख) 0

(ग) $\frac{2m}{m^2-n^2}$

(घ) $\frac{2(m^2+n^2)}{m^2-n^2}$

(ङ) $\frac{m}{m^2-n^2}$

(च) $\frac{4(x^2-1^2)}{(x+2)(x^2-2)^2}$

(छ) $2a$

(ज) $\frac{20xy}{(4x^2-20y)^2}$

(झ) $\frac{4x^3}{a^4-x^4}$ (ञ) $\frac{4x^3y}{x^4-y^4}$

(ट) $\frac{5a+6}{2(a^2-9)}$

(ठ) $\frac{2}{2y-x}$

(ड) 0 (ढ) 0 (ण) 1

(त) $\frac{1}{(p+2)(p+3)(p+4)}$

(थ) $\frac{2(x-3)}{x^2-3x+9}$

(द) $\frac{4}{3x-x^2-2}$

(ध) $\frac{4}{1+b^2+b^4}$

(न) $\frac{-4b^3}{1+b^4+b^8}$

(प) $\frac{2(a+c)}{a^2+ac+c^2}$

3. (क) $\frac{\sqrt{x}}{1-x}$

(ख) $\frac{\sqrt{x}}{2(1-x)}$

ग) $\frac{4}{(a^2-1)^2}$

4. $a = 2$

5. $a = 1, b = -1$